Función Exponencial

Situación de inicio

1) Lean la situación, piensen estrategias para resolverla y respondan las preguntas.

"A Mariela le gusta mucho conectarse a internet y mantiene una comunicación fluida con sus contactos, le gusta seguir a sus amigos por Facebook y Twiter..en fin..una chica moderna.
Ella recibió un correo de los denominados "cadenas"; al finalizar el mismo dice ***"después de leer esto debes guardarlo y <u>al día siguiente</u> enviarlo a 5 de tus contactos…algo hermoso te sucederá en el día"***
Si Mariela envió al otro día los *mails* y a su vez, sus contactos también lo hicieron sin romper la cadena ¿Cuántos *mails* se enviaron el día **10**?"

-Sugerencia: prueba armar una tabla con los primeros 5 días. (Nota: el día cero es el día de inicio, cuando Mariela recibe el correo)

Día Nº	Mails enviados
0	1
1	5
2	
3	
4	
5	

- ¿Encuentras alguna regularidad en los resultados?
- ¿Es cierto que el día 10 se enviaron el doble de mails que el día 5? ¿Por qué crees que ocurre esto?
- Encuentra una fórmula que vincule *el número de día con el número de mails enviados ese día*
- Elabora un gráfico cartesiano que muestre la situación.

Habrás observado que en esta fórmula ***la variable se encuentra en el exponente.*** *A las funciones de este tipo se las denomina FUNCIONES EXPONENCIALES.*

Su forma más simple es la que hallaste en la situación de inicio:

$$y = k\,a^x \qquad \text{donde } k \in \mathbb{R} \text{ y } a \in \mathbb{R}^+ \text{ con } a \neq 1$$

- Vuelve a leer la información del cuadro y responde:
  a) ¿Qué significa lo que está escrito en símbolos?
  b) ¿Por qué **a** tiene que ser distinto de **1**?
  c) ¿Cuál es el **dominio** de esta función?
- Analicemos la función exponencial con profundidad utilizando el programa Geogebra. Para ello abran una documento de Word donde van ir respondiendo las preguntas y el Geogebra con el que van a trabajar.

Veamos que ocurre cuando **a** toma valores mayores o menores que uno.

1) Utilizando Geogebra grafiquen las siguientes funciones y completen los cuadros para sacar conclusiones

   $f(x) = 3^x$ $\qquad$ $g(x) = (1/2)^x$

   Con **k=1**

   Cuando **a > 1 la curva es** (creciente)**………………en todo el recorrido**

   Cuando **a <1 la curva es** (decreciente)**……………… en todo el recorrido**

Analicemos que ocurre a medida que **a** toma valores más grandes o más pequeños

2) Grafica las siguientes funciones:

   $f(x)= 2^x$ $\qquad$ $g(x)= 3^x$ $\qquad$ $h(x)= 5^x$

3) Luego en otro sistema de ejes grafica:

   $J(x)= (0.5)^x$ $\qquad$ $k(x)= (1/4)^x$ $\qquad$ $p(x)= (0.2)^x$

   A medida que el valor **a** disminuye (la curva se "cierra")…………………………….

En todos los casos anteriores K=1 veamos ahora qué ocurre para valores diferentes de **k**

4) Toma la función f(x) del ejercicio 2 y colócale delante el factor **-1** (es decir que k=-1)

   Utiliza la forma general que mencionamos más arriba y coloca deslizadores donde a=2 y k es el que va variando.

   -¿Qué ocurre cuando **k** toma valor 1; 2; 3?

-¿Qué ocurre cuando **k** toma el valor -1; -2; -3?

El valor **k** modifica la ordenada de la curva.

Dos valores opuestos de **k** provocarán que las curvas sean (simétricas con respecto al eje de abscisas) ……………………………………………………………….por ejemplo y= 2 . 3^x con y= -2. 3^x

En todos estos casos la curva se acerca al eje x sin tocarlo ni cortarlo. Cuando una curva se acerca a un valor sin alcanzarlo, decimos que la recta que le corresponde a ese valor es **ASINTOTA DE LA FUNCION**. En estos casos el eje x (y=0) es la **asíntota.**

La ecuación más completa de la función exponencial es $y = k\,a^{(x+b)} + c$ analicemos qué variaciones provocan los valores **c** y **b**

5) Utilizando deslizadores con k=3 a=2 c=0 y variando el valor de **b** grafica la función exponencial correspondiente y completa el cuadro

Al cambiar el valor de **b** se observa un corrimiento sobre el eje (x)…….

Cuando **b es positivo** el gráfico se mueve hacia (la izquierda)……………………….. y **si b es negativo** se mueve hacia (la derecha)…………………………..

6) Ahora hacé que varíe el deslizador **c** y deja k=3 a=2 y b=1 ¿Qué observas?

Al cambiar el valor de **c** se observa un corrimiento sobre el eje (y)………………

Si c es positivo el gráfico se mueve …………………….(hacia arriba) y si **c es negativo** se mueve ……………………………….(hacia abajo)

El valor **c** determina la asíntota de la función. Entonces **y = c** es la **asíntota.** Si c=0 la asíntota es el eje ……..(x)

<u>Resume lo que aprendiste:</u>

Dada la función exponencial $y = k\,a^{(x+b)} + c$

- **Si a>0 ………………………………………………**
- **Si a<0………………………………………………..**
- **El valor k indica el corte con el eje………. (si c=0)**

- **El valor b provoca un corrimiento sobre el eje x, de tal manera que si es positivo la gráfica se desplaza hacia…………………………………….y si es negativo…………………………………………………….**
- **El valor c provoca un corrimiento de la gráfica con respecto al eje y. Si es positivo se desplazará hacia …………………………y si es negativo ……………………………………….**
- **Una asíntota es una recta a la que…………………………………………………………………… En las funciones exponenciales el valor que determina la asíntota es……………………………………..**

<u>Actividades de aplicación</u>

1) Las sustancias radiactivas tienen la propiedad de desintegrarse al emitir espontáneamente partículas alfa, electrones y rayos gamma, por lo cual `pierden masa a medida que pasa el tiempo. En un laboratorio se hace una observación de una sustancia radiactiva que pierde el 25% e su masa cada día. En un principio, la masa de dicha sustancia es de 3kg ¿Cuál será la masa después de una semana? ¿y 30 días después?¿y al año?
    - Hallen una fórmula que permita establecer la cantidad de sustancia que quedará a medida que pase el tiempo y grafiquen la función con Geogebra.
2) Con Geogebra grafiquen una función que cumpla con los siguientes requisitos
   -tenga por asíntota la recta y=2
   -pase por el punto (0;0)

3) En el mismo sistema del punto anterior muestra una función que haya sufrido un corrimiento de dos unidades hacia la derecha con respecto a ella. Haz que el programa escriba la función sobre la curva.